# Géométrie en quatrième avec GéoPlan

*Trois exercices de géométrie plane pour la classe de quatrième.*

### Sommaire

1. Médianes et centre de gravité
2. D'un triangle équilatéral à un triangle rectangle
3. Diamètres de deux cercles sécants

Faire des maths… avec GéoPlan : http://debart.pagesperso-orange.fr

Ce document PDF : http://www.debart.fr/pdf/geometrie_quatrieme.pdf
Page HTML : http://debart.pagesperso-orange.fr/college/geometrie_quatrieme.html

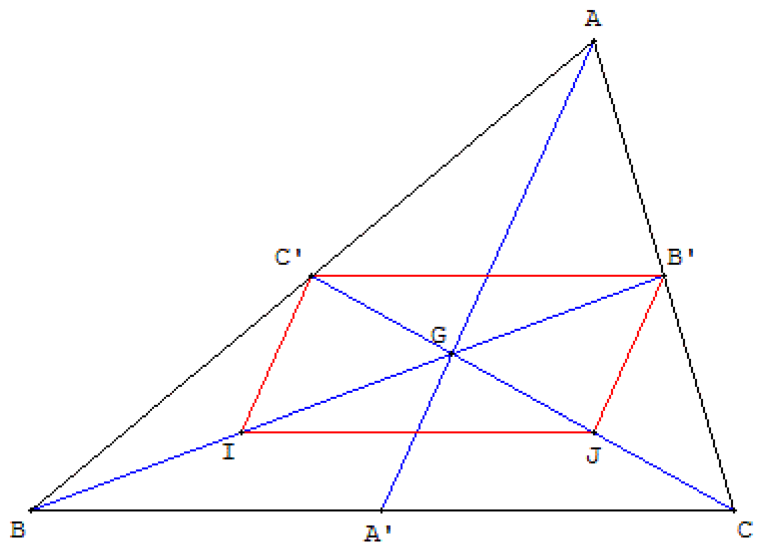
Document n° 116, réalisé le 27/12/2007

## 1. Médianes et centre de gravité

*Les médianes sont les droites joignant les sommets d'un triangle aux milieux des côtés opposés. Les trois médianes sont concourantes au centre de gravité du triangle, situé aux* $\frac{2}{3}$ *de chaque médiane à partir du sommet correspondant.*

Voir ci-dessous deux démonstrations de cette propriété en classe de quatrième.

### Parallélogramme de centre G



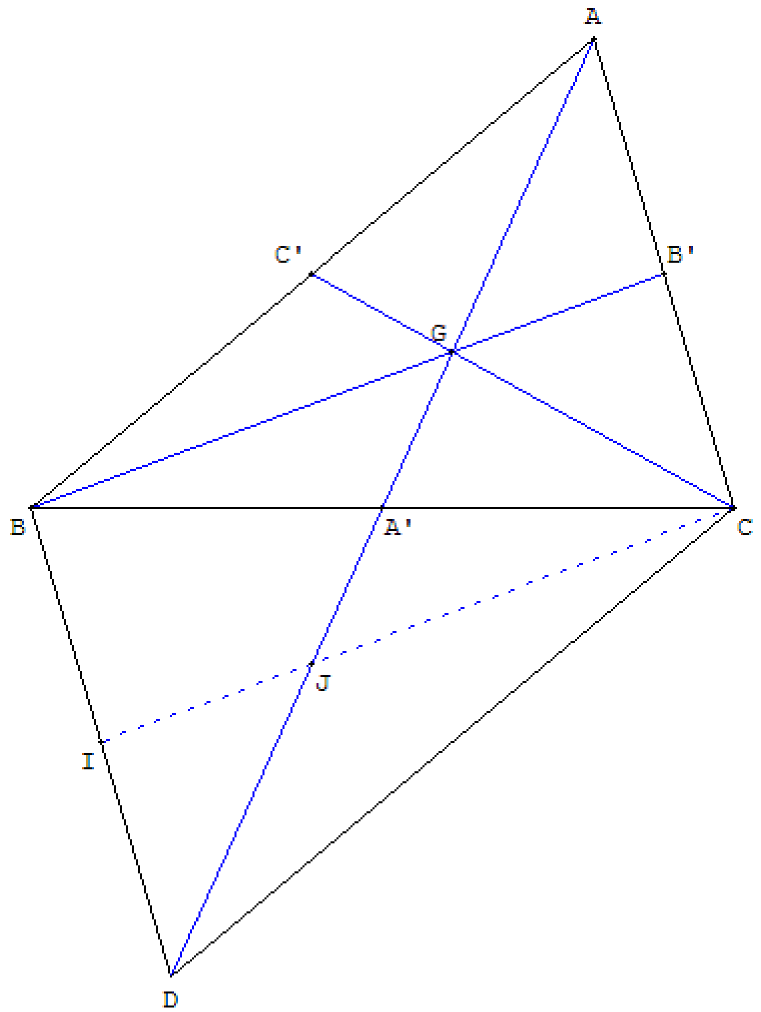

Soit G le point d'intersection des médianes [BB'] et [CC'] d'un triangle ABC,
I est le milieu de [BG] et J est le milieu de [CG].

Montrer que IJB'C' est un parallélogramme.

En déduire que G est situé aux $\frac{2}{3}$ des médianes [BB'] et [CC'].

De même, en étudiant le parallélogramme IA'B'K où K est le milieu de [AG], on montre que les médianes [AA'] et [BB'] sont concourantes en un point situé à leurs $\frac{2}{3}$. Ce point situé aux $\frac{2}{3}$ de [BB'], est donc le point G. Les trois médianes sont concourantes en ce même point G, centre de gravité du triangle.

### Partage en trois de la diagonale d'un parallélogramme

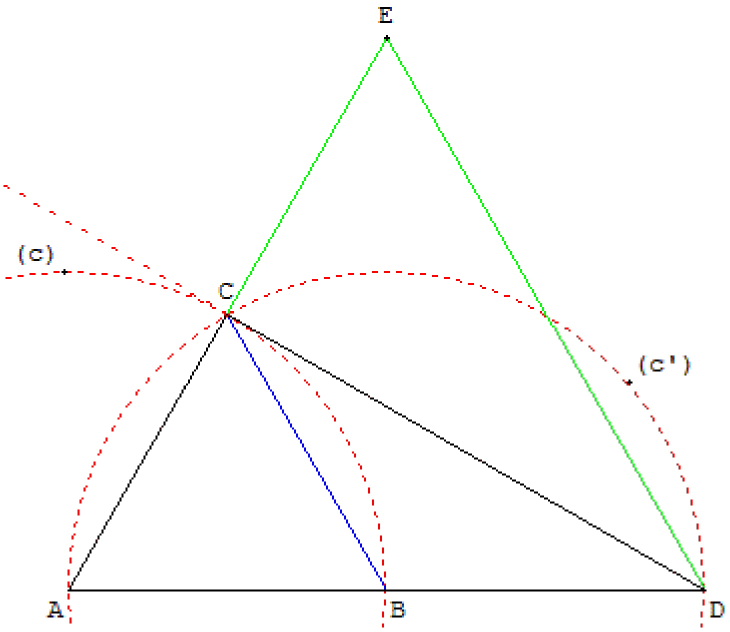



Tracer le point D symétrique de A par rapport à A' et étudier le partage de la diagonale [AD] du parallélogramme ABCD en trois segments égaux.

*Démonstration* : G et J partagent [AD] en trois parties égales, A' est le milieu de [GJ] donc G est aux $\frac{2}{3}$ de la médiane [AA'].

## 2. D'un triangle équilatéral à un triangle rectangle

*Construire un triangle équilatéral basé sur le rayon d'un cercle, puis basé sur le diamètre, construire le triangle équilatéral double à l'aide d'un triangle rectangle d'angles aigus 60° et 30°. Où l'on retrouve la tangente à un cercle.*




À partir de deux points A et B, construire le triangle équilatéral ABC.

Le point C est à l'intersection du cercle ($c$) de centre A passant par B et du cercle ($c'$) de centre B passant par A.
Soit D le symétrique de A par rapport à B, deuxième point d'intersection de (AB) et ($c'$).

### Triangle rectangle

Le triangle ACD, inscrit le demi-cercle de diamètre [AD], est rectangle en C.
L'angle CAD mesure 60°, l'angle complémentaire ADC mesure 30°.

Si $a$ est la longueur d'un côté du triangle équilatéral,
le triangle ADC a une hypoténuse de longueur $2a$ et BC = $a\sqrt{3}$.

L'aire du triangle isocèle BCD est égale à l'aire du triangle équilatéral ABC (bases de même longueur $a$ et même hauteur CH, où H est la projection, sur la droite (AB), du point C).

### Grand triangle équilatéral

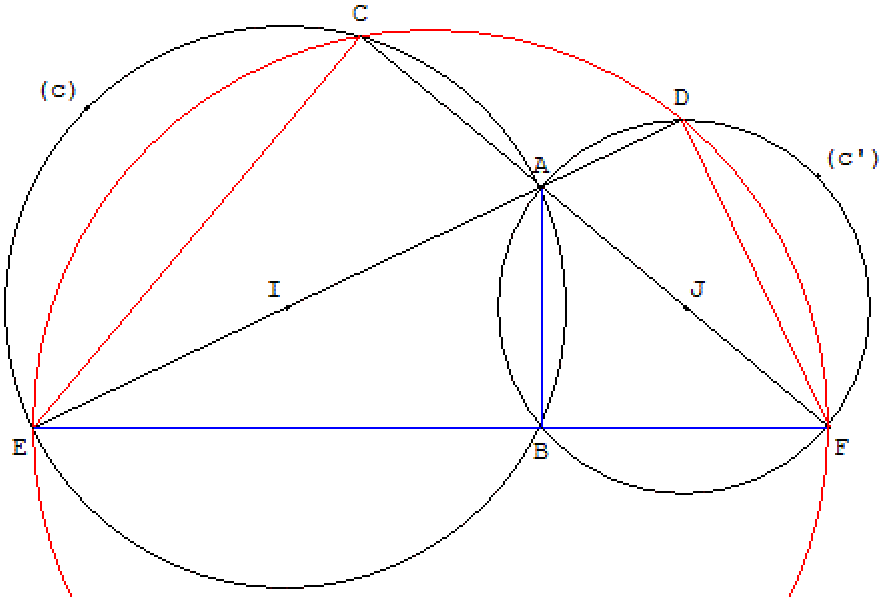
Le triangle rectangle ACD est la moitié du triangle équilatéral ADE où E est le symétrique de A par rapport à C.
(CD) est une des médiatrices de ce triangle équilatéral.
Ce triangle, de côté $2a$, a une aire quatre fois plus grande que celle de ABC.

### Tangente

Cette figure permet de construire, sans équerre, la droite (CD), tangente en C au cercle ($c$), *voir* : cercle au collège

## 3. Diamètres de deux cercles sécants

*Sésamath, classe de quatrième*




Deux cercles (*c*) et (*c'*) de centres distincts I et J sont sécants en A et B.
La droite (IA) recoupe le cercle (*c*) en E et le cercle (*c'*) en D.
La droite (JA) recoupe le cercle (*c'*) en F et le cercle (*c*) en C.

### Les points E, B et F sont alignés.

Le triangle ABE étant inscrit dans un demi-cercle, les droites (AB) et (BE) sont perpendiculaires.
On montre de même que (AB) est perpendiculaire à (BF).
Ce qui permet d'en déduire l'alignement des points E, B et F.

### Les points E, C, D et F sont cocycliques

Le triangle ECA étant inscrit dans un demi-cercle, les droites (EC) et (CA) sont perpendiculaires.
ECF est donc un triangle rectangle en C, inscrit dans le demi-cercle de diamètre [EF].

De même, le triangle ADE est rectangle en D.
Le triangle rectangle EDF est inscrit dans le demi-cercle de diamètre [EF].

Les quatre points E, C, D et F, inscrits dans le demi-cercle de diamètre [EF], sont cocycliques.