

Géométrie plane en TS avec GéoPlan

Géométrie plane en terminale S : deux exercices et le calcul approché d'intégrales.

1. Famille de cercles
2. Recherche d'un lieu géométrique

Intégration

Faire des maths... avec GéoPlan : <http://debart.pagesperso-orange.fr>

Document Word : http://www.debart.fr/doc/geometrie_terminale.doc

Document PDF : http://www.debart.fr/pdf/geometrie_terminale.pdf

Document HTML : http://debart.pagesperso-orange.fr/ts/geometrie_terminale.html

Page n° 107, réalisée le 23/3/2007, mise à jour le 13/4/2007

1. Famille de cercles

ÉduSCOL - Terminale S - Banque de sujets 2007 - Sujet 030

Dans le plan on considère un triangle BOA rectangle en O et une droite (d) passant par O.

On note A' et B' les projetés orthogonaux respectifs de A et de B sur (d).

Enfin, dans le triangle OAB, H est le pied de la hauteur issue de O.

- (a) Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie.
- (b) Quelle conjecture peut-on faire concernant les différents cercles (c) lorsque la droite (d) tourne autour de O ?

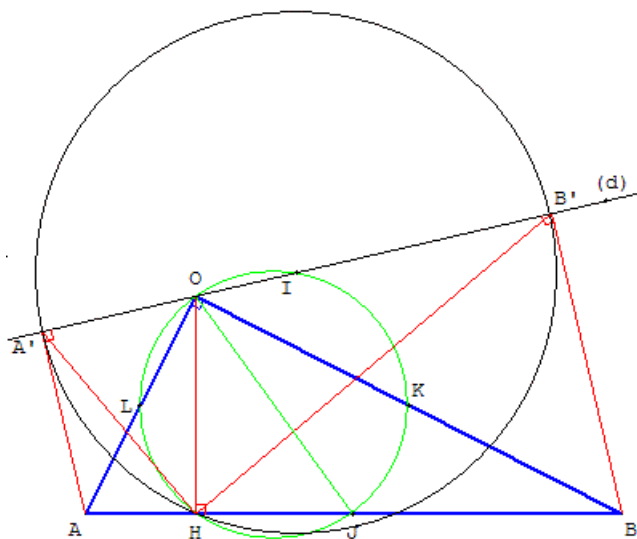
On considère la similitude directe S de centre H qui transforme A en O.

- Quel est l'angle de cette similitude ? Justifier que l'image de O par S est B.
- Déterminer les images par S des droites (AA') et (d), puis celle du point A'.
 - Démontrer la conjecture faite au (b).

Conjectures

Les cercles (c) passent par le point H pied de la hauteur issue de O du triangle BOA.

Dans le cercle de diamètre [OA], les angles inscrits OAH et OA'H sont égaux, de même dans le cercle de diamètre [OB], les angles inscrits OBH et OB'H sont égaux. Les triangles BOA et B'HA' sont semblables, donc B'HA' est un triangle rectangle en H inscrit dans le cercle de diamètre [A'B'] : (c) contient le point H.



Si J , K et L sont les milieux des côtés $[AB]$, $[OB]$ et $[OA]$ les centres I des cercles (c) appartiennent au cercle de diamètre la médiane $[OJ]$ (cercle passant par K et L).

En effet dans le cercle (c) l'angle au centre $A'IH$ est la moitié de l'angle inscrit $A'B'H$. De même dans le cercle de diamètre $[AB]$ l'angle au centre OJA est la moitié de l'angle inscrit OBA .

Comme dit ci-dessus les angles inscrits $A'B'H = OBA$ sont égaux, donc les angles doubles OIH et OJH sont égaux. Les points I , J , O et H sont cocycliques. Le point I est sur le cercle diamètre $[OJ]$.

Compétences évaluées

Compétences TICE

– Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour conjecturer une propriété.

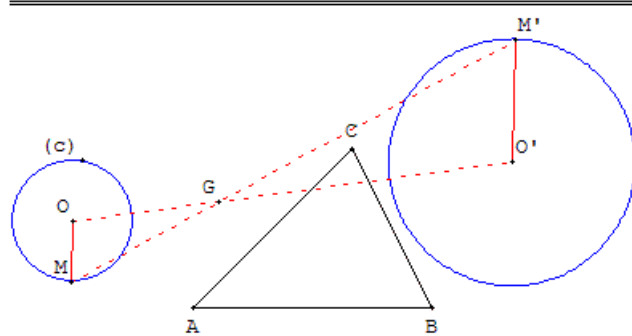
Compétences mathématiques

- Triangles semblables ;
- Propriété de conservation d'une similitude (image d'une droite par une similitude) ;
- Triangle rectangle inscrit dans un demi-cercle.

2. Recherche d'un lieu géométrique

ÉduSCOL - Terminale S - 2007 - Sujet 002

$$\alpha = 2 \quad \beta = -1 \quad \gamma = 2$$



Dans le plan (P) , on donne quatre points O , A , B et C et un cercle (Γ) de centre O .

Le point M est un point quelconque variable sur le cercle (Γ) .

On lui associe l'unique point M' du plan (P) défini par l'égalité : $\overrightarrow{MM'} = \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC}$ où α , β , γ sont des réels donnés.

1. Il s'agit de déterminer, dans un cas particulier, le lieu géométrique (L) du point M' lorsque le point M

décrit le cercle (Γ) .

- À l'aide d'un logiciel de géométrie plane construire les points O , A , B et C , le cercle (Γ) et un point libre M sur ce cercle.
Construire le point M' associé à M .
- En observant plusieurs positions du point M faire une conjecture sur la nature de la transformation du plan qui transforme M en M' ainsi que la nature du lieu géométrique du point M' .

2. (a) Déterminer par le calcul la nature de la transformation du plan qui transforme le point M en le point M' .

(b) Déterminer le lieu géométrique (L) du point M' .

Production demandée

- La figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique.

- Le calcul permettant d'obtenir la nature de la transformation.

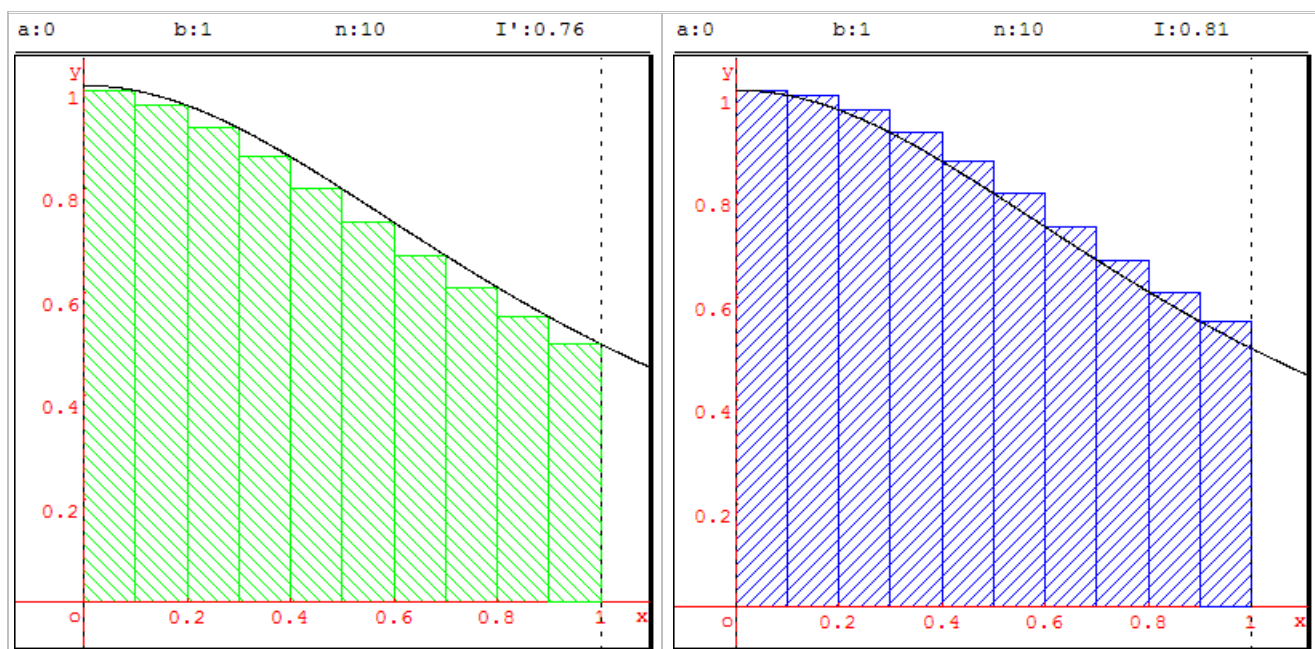
La caractérisation du lieu géométrique de M' et sa justification.

Intégration

Intégrale de f entre a et b par la méthode des rectangles.

$$f(x) = 1/(1+x^2)$$

Avec le menu créer>numérique>fonction numérique>une variable, modifier la fonction f .



Calcul d'une valeur approchée d'intégrale avec GéoPlan

On décompose le segment $[a, b]$ en n segment de même longueur $h = (b-a)/n$ et on note $u_0 = a, u_1, u_2, u_3, \dots, u_n = b$ la suite des extrémités de ces intervalles.

Pour une valeur x_0 égale à un des u_i on trace deux extrémités $A(x_0, 0)$ et $A'(x_0+h, 0)$ sur l'axe (Ox) , Les points $M(x_0, f(x_0))$ et $M'(x_0+h, f(x_0))$ permettent de tracer le rectangle $AA'M'M$ nommé R . Les points $N(x_0, f(x_0+h))$ et $N'(x_0+h, f(x_0+h))$ permettent de tracer le rectangle $AA'N'N$ nommé R' .

Technique GéoPlan

Après le tracé du premier rectangle de côté $A(a, 0)A'(a+h, 0)$, on répète, avec la commande S , $n-1$ fois le tracé des rectangles en activant le mode Trace.

La commande $Cm2$ itère le calcul de I , avec l'astuce que le calcul se fait avant l'affectation de x_0+h à x_0 , la hauteur du rectangle R est donc $f(x_0+h)$ et celle du rectangle R' est donc $f(x_0+2h)$.

Commandes GéoPlan

Éventuellement changer a, b, n en les pilotant au clavier :

Taper A pour modifier a au clavier,

Taper B pour modifier b ,
Taper N pour modifier n .

Couplage Touches / Commandes :

Touche I : INITIALISATION : cette touche couple 2 commandes :

Cm0 : Sortie du mode Trace

Cm1 : Initialisation de x_0 , I à a , 0

Touche T : ITERATION Cm2 : x_0 devient x_0+h et I devient $I+h*f(x_0+h)$

Touche S : START : cette touche couple 4 commandes : L'initialisation et :

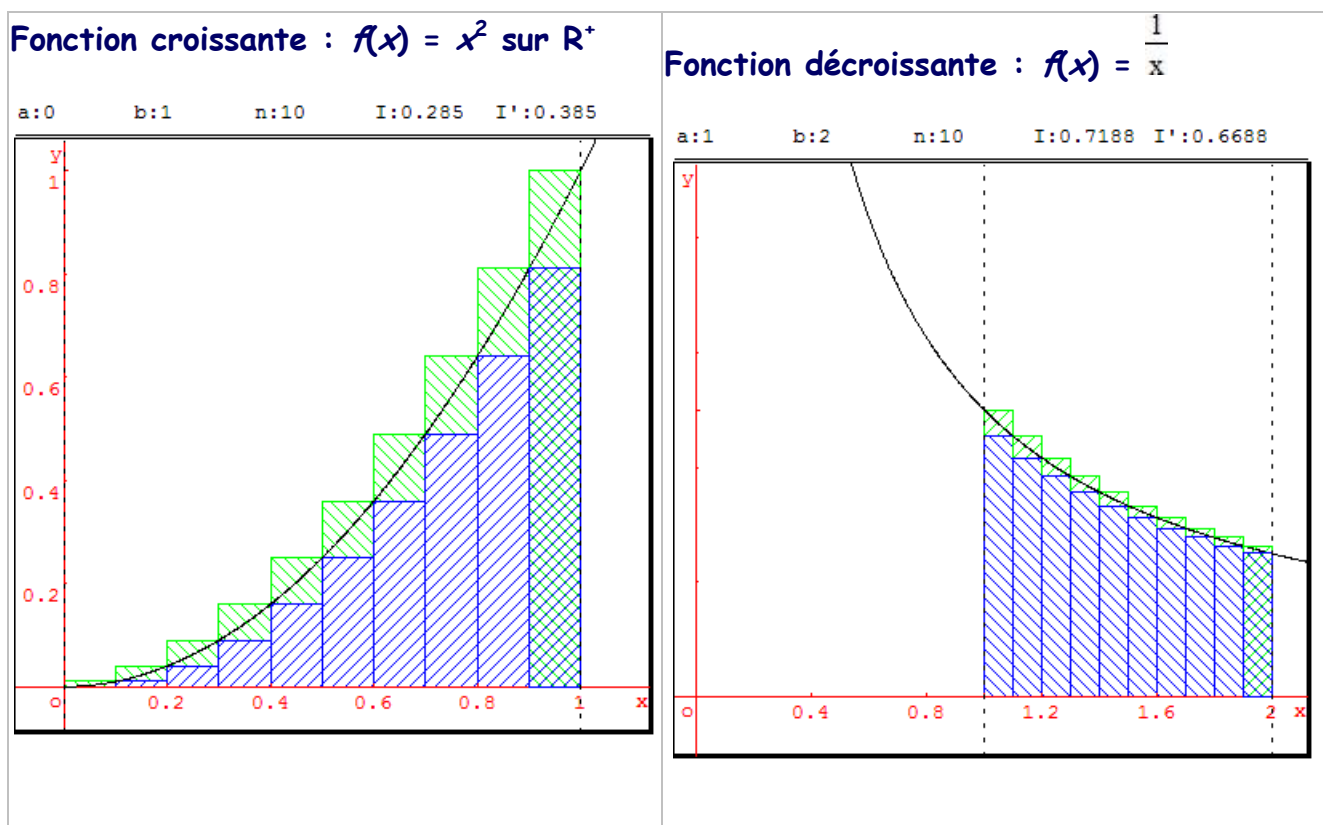
Cm3 : on garde la trace du rectangle R

Cm4 : on répète la commande Cm2 $n-1$ fois

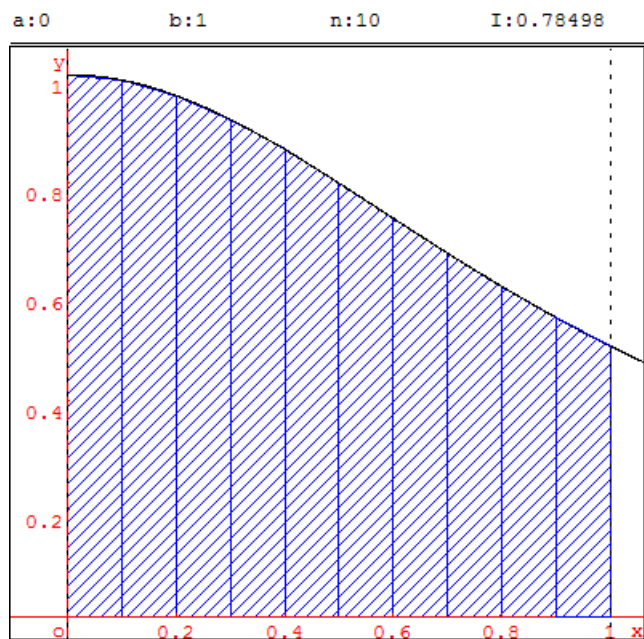
Terminer le mode trace à la fin du tracé avec la commande F pour retrouver les commandes GéoPlan.

Encadrement

Comme en mode trace, un rectangle AA'N'N efface le rectangle AA'M'M précédent, il faut deux programmes distincts pour les fonctions croissantes sur $[a, b]$ et pour les décroissantes où les rôles de R et R' sont échangés.



Méthode des trapèzes



Une valeur approchée de l'intégrale se trouve en faisant la somme des aires des trapèzes $AA'M'M$ de sommets, pour une valeur x_0 , les points $A(x_0, 0)$ et $A'(x_0+h, 0)$ sur l'axe (Ox) et les points $M(x_0, f(x_0))$ et $M'(x_0+h, f(x_0+h))$.

$$f(x) = 1/(1+x^2)$$

Excellente approximation sachant que $\frac{\pi}{4} \approx 0,7853$.