

Travaux pratiques avec Excel
Arithmétique
L'algorithme d'Euclide en classe de troisième

Sommaire

1. Prise en main d'Excel
2. Division euclidienne
3. Calcul du PGCD par soustractions successives
4. Algorithme d'Euclide : calcul du PGCD par divisions successives

Site Descartes et les Mathématiques : <http://debart.pagesperso-orange.fr/>

Document Word : http://www.debart.fr/doc_dp/tp_excel.doc

Document PDF : http://www.debart.fr/pdf_dp/tp_excel.pdf

Page HTML : <http://debart.pagesperso-orange.fr/college/exceltp3.html>

Page n° 12, créée le 30/3/2001, mise à jour le 3/10/2009

1. Prise en main d'Excel

Attente des programmes et instructions officielles

En collège comme en lycée, les instructions officielles de mathématiques préconisent depuis plus de dix ans l'usage de l'outil informatique (calculatrices programmables ou non et ordinateurs) tant dans les contenus de programmes que dans les commentaires.

Par exemple, l'une des capacités attendues mentionnées dans le programme de la classe de quatrième est « écrire une formule dans une cellule de tableur » qui est quasiment identique à l'une des compétences inscrites dans le B2i collège.

État des TICE en mathématiques : collèges, LGT

Savoir créer un tableau et utiliser des formules.

Excel fait des calculs grâce à des formules qui commencent par un signe =.

Lorsque l'on tape $=B2+C2$ dans une cellule le contenu de la cellule sera la somme des deux nombres contenus dans B2 et C2. En pratique on tape le signe = ; puis on montre la cellule B2 ; ensuite on tape le signe + ; on montre la cellule C2 et enfin on valide le résultat avec la touche entrée.

	A	B	C	D
1	Partenaires	janvier	février	Total
2	Nord	1200	1300	2500
3	Est	700	800	1500
4	Sud	1300	1100	2400
5	Ouest	900	1000	1900
6	Total	4100	4200	8300

Taper ce tableau lignes 1 à 5, colonnes A à C.

Premières formules de calcul d'une somme : cellule D2 taper $=B2+C2$

Copier la formule cellule D3, D4 ...

Il est plus rapide d'utiliser la fonction *Recopier vers le bas* de la colonne D2:D5. Pour cela saisir avec la souris le point de recopie de la cellule D4 (petit carré situé en bas et à droite de la cellule). Cliquer sur ce point : une croix apparaît. Glisser en maintenant le bouton gauche de la souris appuyé jusqu'à la case B5 et relâcher la souris.

Deuxième formule : cellule B6 formule $=SOMME(B2:B5)$ calculée automatiquement par Excel en utilisant le bouton Σ .

Copier ou *recopier* cette formule vers la droite.

Modifier les valeurs des cellules des colonnes B et C et constater que le logiciel met à jour les sommes.

2. Division euclidienne

	A	B
1	14	5
2	4	2

Choisir une nouvelle feuille de calcul *feuille2* en cliquant sur l'onglet situé en bas à gauche de l'écran.

Placer le dividende dans la cellule A1 et le diviseur dans la cellule B1.

Le quotient est la partie entière de A/B . Taper dans B2 la formule $=ENT(A1/B1)$ (Taper $=ENT($, montrer A1, taper /, puis montrer B1 et enfin taper la parenthèse suivie d'entrée).

Le reste dans B2 se calcule facilement avec la formule modulo : $=MOD(A1 ; B1)$.

Modifier les valeurs du dividende et du diviseur.

3. Calcul du PGCD par soustractions successives

Une première méthode pour calculer le plus grand diviseur commun de deux nombres naturels consiste à déterminer les diviseurs de chacun d'entre eux en les divisant successivement par tous les nombres inférieurs et en ne retenant que ceux pour lesquels la division est exacte. Puis de chercher le plus grand naturel qui se trouve dans les deux listes. Il n'est nullement nécessaire de faire un raisonnement. Il suffit d'appliquer cet algorithme, laborieux mais systématique, qui est une simple paraphrase de la définition du plus grand diviseur commun.

D'après Doweck Gilles - Les métamorphoses du calcul - Le pommier 2007

Un deuxième méthode pour trouver le PGCD est de calculer des différences successives. En effet le PGCD de deux nombres a et b , avec $a > b$, est le pgcd de a et $b - a$.

Si les deux nombres b et $b - a$ sont égaux, le pgcd est alors égal à b , sinon on remplace les deux nombres par b et $b - a$ et on recommence la soustraction jusqu'à ce que l'on obtienne deux nombres égaux, qui sont alors égaux au PGCD de a et b .

Avec Excel, choisir

	A	B	C
1	26187	11223	14964
2	14964	11223	3741
3	11223	3741	7482
4	7482	3741	3741
5	3741	3741	0

Choisir une nouvelle feuille de calcul *feuille3*.

Taper le plus grand des deux nombres cellule A1 et le plus petit en B1. Calculer la différence de ces deux nombres en C1.

Ligne 2 placer en A2 le plus grand des deux nombres B1 et C1 ; fonction =MAX(B1;C1).

Placer en B2 le plus petit des deux nombres B1 et C1 ; fonction =MIN(B1;C1).

Sélectionner les trois cellules de la ligne A2:C2, saisir la poignée de recopie et recopier vers le bas. Le PGCD est obtenu lorsque les deux nombres sont égaux. Éventuellement, supprimer les lignes suivantes.

Modifier les nombres A1 et B1 pour trouver d'autres PGCD.

4. Algorithme d'Euclide : calcul du PGCD par divisions successives

Si le nom d'Euclide est resté attaché à la géométrie et à la méthode axiomatique, il est aussi associé à l'algorithme qui permet de calculer le plus grand diviseur commun de deux nombres naturels.

L'algorithme d'Euclide permet de calculer de façon moins laborieuse le plus grand diviseur commun de deux nombres naturels. Pour calculer le PGCD de deux nombres a et b , avec $a > b$, diviser a par b . Si la division « *tombe juste* », et donne un quotient q , alors $a = bq$ et b est un diviseur de a et b et c'est le plus grand.

Si en revanche la division « *ne tombe pas juste* », et laisse un reste r , alors $a = bq + r$. Dans ce cas les diviseurs communs de a et b sont aussi ceux de b et r . On remplace les deux nombres par b et r et on recommence la division jusqu'à ce que l'on obtienne un reste nulle.

D'après Dowek Gilles - Les métamorphoses du calcul - Le pommier 2007

	A	B	C	D
1	dividende	diviseur	quotient	reste
2	4838	3567	1	1271
3	3567	1271	2	1025
4	1271	1025	1	246
5	1025	246	4	41
6	246	41	6	0

Avec Excel, choisir une nouvelle feuille de calcul *feuille4*.

Taper la ligne d'entête, puis le plus grand des deux nombres cellule A2 et le plus petit en B2. Calculer le quotient de ces deux nombres en C2 et le reste en D2.

Ligne 3 en A3 reporter le diviseur avec la formule =B2 et en B3 reporter le reste : formule =D2.

Sélectionner les quatre cellules de la ligne A3:D3, saisir la poignée de recopie et recopier vers le bas. Le PGCD est obtenu lorsque le reste est nul. Éventuellement, supprimer les lignes suivantes.

Modifier les nombres A2 et B2 pour calculer d'autres PGCD.